В.З. Данилов, Э.С. [illegible], Ч.Р. [illegible]

ОБ ОЦЕНКАХ ЧИСЛА ТЕСТОВ ДЛЯ НАПРАВЛЕННЫХ ГРАФОВ

I. Пусть задан односвязанный ненаправленный граф без параллельных ребер, в котором выделены две вершины-источник и сток так, что через каждое ребро существует путь от источника к стоку, проходящий через это ребро.

Под системой тестов на "обрыв" для графа будем понимать совокупность путей без петель, начинающихся от источника и оканчивающихся стоком, накрывающих все ребра графа.

Под системой тестов на "короткое замыкание" для графа G будем понимать совокупность сечений, блокирующих все пути от источника до стока таких, что каждое ребро графа принадлежит хотя бы одному из сечений.

В настоящей работе приводятся оценки минимального числа тестов на "обрыв" и "короткое замыкание" в зависимости от характеристик графа.

2. Для графа G будем обозначать: $\beta(G)$ – цикломатическое число, $V(G)$ число вершин, $E(G)$ – число ребер графа, $\rho_i(G)$ – степень i вершины G графа.

I) Для числа $|L_0(G)|$ тестов на "обрыв" можно показать, что

$$\max\{\max_i \tfrac{\rho_i}{2}[\ ;\ \rho_s;\ \rho_t\}\le L_0(G)\le\min\{V(G)-1,\ \beta(G)+1\}. \qquad (1)$$

где $\frac{\rho_i}{2}$ [illegible] не меньшее $\frac{\rho_i}{2}$ число,

ρ_s, ρ_t – степени источника и стока.

2) Для числа $L_1(G)$ тестов на "короткое замыкание" [illegible] оценка:

$$]\log_2\frac{V^2(G)}{V^2(G)-2E(G)}[\ \le L_1(G)\le V(G)-1. \qquad (2)$$

При этом следует отметить, что верхняя оценка достигается для любой (не обязательно минимальной) системы сечений, такой, что каждое из сечений содержит по крайней мере одно ребро, не принадлежащее ни одному из остальных сечений, в то время как аналогичная оценка для тестов на "обрыв" оказывается справедливой, вообще говоря, не для любых систем тестов.

Однако для минимальной системы тестов эта оценка является справедливой.

Из формул (I) и (2) с учётом соотношения $\beta(G)=E(G)-V(G)+1$ следует, что суммарное число $|L(G)|$ тестов на "обрыв" и "короткое замыкание" удовлетворяет следующему неравенству

$$\max\{\max_i\tfrac{\rho_i}{2}[\ ;\ \rho_s;\ \rho_t\}+]\log_2\frac{V^2(G)}{V^2(G)-2E(G)}[\ \}\le L(G)\le\min\{2V(G)-2;\ E(G)+1\}. \qquad (3)$$

Эта оценка является обобщением оценки, приведенной в [I] для числа тестов для бесповторных релейно-контактных схем.

Пример. Полный граф G с n вершинами имеет

$V(G)=n$, $E(G)=\frac{n(n-1)}{2}$, $\beta(G)=\frac{n(n-1)}{2}-n+1$.

Тогда из (I), (2):

$n-1\le L_0(G)\le n-1$, $]\log_2 n[\ \le L_1(G)\le n-1$.

Так как

$L_0(G)=n-1$, $L_1(G)=]\log_2 n[$,

то [illegible] являются точными в том [illegible], полностью связанные графы графов, для которых эти оценки достигаются.