ВОПРОСЫ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Серия XII

ОБЩЕТЕХНИЧЕСКАЯ

Выпуск 27

1966

ВОПРОСЫ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Выпуск 27 Серия XII

ОБЩЕТЕХНИЧЕСКАЯ

УДК 621.374.372+621.391.15[illegible]

М. Г. КАРПОВСКИЙ, В. Н. НОМОКОНОВ

СИНТЕЗ ЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ ДЛЯ ИЗБЫТОЧНОГО КОДИРОВАНИЯ ДВОИЧНЫХ СЧЕТЧИКОВ

Рассмотрены способы построения логических цепей суммирующих и реверсивных счетчиков, работающих в групповом систематическом коде. Логические цепи строятся непосредственно по виду порождающей матрицы кода. Приведены схемы реализации избыточного кодирования двоичных счетчиков.

1. Действенным средством повышения надежности работы дискретных схем передачи и обработки информации является избыточное кодирование. Многие избыточные коды могут успешно применяться для кодирования двоичных счетчиков [1, 2, 3].

В известной работе [3] описан вариант построения корректирующего устройства счетчика, в котором проверочные разряды [illegible]ляются состояния дополнительных переключательных [illegible] специальной логической схемой, а также рассмотрены некоторые особенности кодирования двоичных счетчиков и приведена блок-схема кодированного счетчика, в которой используется данный вариант [illegible]рующего устройства. Однако конкретных методов синтеза логических схем, реализующих работу счетчика в избыточном коде, предложено не было.

Ниже рассматриваются способы построения корректирующих устройств и устройств, вырабатывающих синдром, для двоичного счетчика, работающего в корректирующем коде непосредственно по виду порождающей матрицы кода. Задачи кодирования и декодирования состояний счетчика, работающего в корректирующем коде, существенно отличаются от аналогичных задач, возникающих при передаче сообщений.

Счетчик можно рассматривать как канал, на вход которого подается сигнал $a(t)$ состояния в данном такте, а на выходе при отсутствии ошибок возникает сигнал $a(t+1)$ состояния в последующем такте. Если отождествить состояние счетчика с соответствующим числом, то работа k-разрядного суммирующего двоичного счетчика описывается сравнением:

$$a(t+1) \equiv a(t) + 1 \pmod{2^k}. \qquad (1)$$

Отсюда видно, что счетчик — есть канал с преобразованием информации и при использовании корректирующих кодов для обнаруже

Для суммирующего счетчика справедливы следующие соотношения:

$$a_i(t+1)=a_i(t)\oplus\bigwedge_{s=0}^{i-1}a_s(t) \qquad (4)$$

$(i=1,\ 2,\ \ldots,\ k)$;

$$a_i(t)=a_i(t+1)\oplus\bigwedge_{s=0}^{i-1}\overline{a_s(t+1)} \qquad (5)$$

$(i=1,\ 2,\ \ldots,\ k)$.

Причем в выражении (4) полагается $a_0(t)=1$, что соответствует тому факту, что на первый разряд a_1 «сквозной перенос» подается каждый такт. В формуле (5) соответственно $\overline{a_0(t+1)}=1$.

Из выражений (3) и (4) имеем

$$P_j(t+1)=\bigoplus_{i=1}^{k}P_{ij}\left(a_i(t)\oplus\bigwedge_{s=0}^{i-1}a_s(t)\right) \qquad (6)$$

$(j=1,\ 2,\ \ldots,\ n-k;\ a_0(t)=1)$.

Из выражений (3) и (5) имеем

$$P_j(t)=\bigoplus_{i=1}^{k}P_{ij}\left(a_i(t+1)\oplus\bigwedge_{s=0}^{i-1}\overline{a_s(t+1)}\right) \qquad (7)$$

$(j=1,\ 2,\ \ldots,\ n-k;\ \overline{a_0(t+1)}=1)$.

Формула (6) описывает работу кодирующего устройства при использовании первого способа. Формула (7) — работу устройства, вырабатывающего синдром, при использовании второго способа. Устройство, вырабатывающее синдром, при использовании первого способа и кодирующее устройство при использовании второго способа могут быть построены по формуле (3).

Формулу (6) в дальнейшем можно упростить, если избыточные разряды реализуются на триггерах, которые являются последовательными сумматорами по модулю два. При этом $P_j(t+1)$ может быть выражено через $P_j(t)$:

$$f_j(a_1(t),\ \ldots,\ a_k(t))=P_j(t)\oplus P_j(t+1) \qquad (8)$$

$(j=1,\ 2,\ \ldots,\ n-k)$.

Тогда функции $f_j(a_1(t),\ \ldots,\ a_k(t))$ описывают работу кодирующего устройства при использовании первого способа.

Из формулы (6) с учетом выражения (3) имеем

$$f_j(a_1(t),\ \ldots,\ a_k(t))=\bigoplus_{i=1}^{k}P_{ij}\bigwedge_{s=0}^{i-1}a_s(t) \qquad (9)$$

$(j=1,\ 2,\ \ldots,\ n-k;\ a_0(t)=1)$.

Из соотношения (9) вытекает, что значения функций описывающих работу кодирующего устройства, не зависят от состояния последнего информационного разряда a_k. Это связано с тем, что функция $f_j(a_1(t),\ \ldots,\ a_k(t))$, как видно из выражения (8), определяет изменение состояния j-го избыточного разряда в момент времени t. Но из выражения (3) следует, что изменение состояния j-го избыточного разряда в момент t определяется изменениями состояний информационных разрядов в этот же момент времени.

Из формулы (4) получаем

$$a_k(t+1) \dotplus a_k(t) = \bigwedge_{s=1}^{k-1} a_s(t),$$

то есть изменения состояний k-го информационного разряда могут быть выражены через состояния предыдущих информационных разрядов счетчика; поэтому a_k может быть исключено из числа аргументов функции f_j.

Из сравнения формул (7) и (9) видно, что для суммирующего счетчика первый способ оказывается более экономичным, кроме того, при использовании второго способа в ряде случаев корректирующая способность кода не может быть реализована полностью.

Таким образом, с помощью формулы (9) возможен универсальный способ построения кодирующего устройства суммирующего счетчика непосредственно по виду матрицы P.

Для реализации одной функции $f_j(a_i(t), \ldots, a_{k-1}(t))$ в общем случае достаточно $|P_j| - 1$ сумматоров по модулю два и $|P_j|$ многовходовых схем $И$. (Здесь $|P_j|$ — число единиц в j-ом столбце матрицы P). Отметим, что, если исходный счетчик имеет схемы сквозного переноса, то необходимость в схемах $И$ отпадает. Тогда кодирующее устройство счетчика при этом способе совпадает по сложности с кодирующим устройством для передачи сообщений по каналу связи. Кроме того, используемые при реализации этого способа схемы сквозного переноса играют положительную роль с точки зрения повышения эффективности исправления ошибок, поскольку они препятствуют увеличению кратности возникших ошибок, которое имеет место при непосредственной связи разрядов счетчика.

Схема кодирующего устройства для одного избыточного разряда P_j и схема, вырабатывающая соответствующий разряд синдрома S_j, построенные по формулам (9) и (3), [illegible] в качестве $a_0(t) = 1$ используется входной сигнал.

3. Рассмотрим теперь вопрос о построении реверсивных счетчиков, работающих в корректирующем коде. Как было показано выше, для счетчика в режиме суммирования наиболее целесообразно использование первого способа.

Проанализируем работу счетчика в режиме вычитания. Соотношения, описывающие работу счетчика в этом режиме, могут быть получены из соответствующих соотношений для счетчика в режиме суммирования (4) и (5) заменой $t+1$ на t и наоборот:

$$a_i(t) = a_i(t+1) \dotplus \bigwedge_{s=0}^{i-1} a_s(t+1) \qquad (10)$$

$(i = 1, 2, \ldots, k)$;

$$a_i(t+1) = a_i(t) \dotplus \bigwedge_{s=0}^{i-1} \overline{a_s(t)} \qquad (11)$$

$(i = 1, 2, \ldots, k)$.

Причем в формуле (10) принято $a_0(t+1)=1$, а в формуле (11) $a_0(t)=1$.

Из выражений (3) и (10) имеем

$$P_j(t)=\dot{\sum_{i=1}^{k}} P_{ij}\left(a_i(t+1)\dotplus\bigwedge_{s=0}^{i-1} a_s(t+1)\right) \qquad (12)$$

$(j=1,\ 2,\ \ldots,\ n-k;\ a_0(t+1)=1)$.

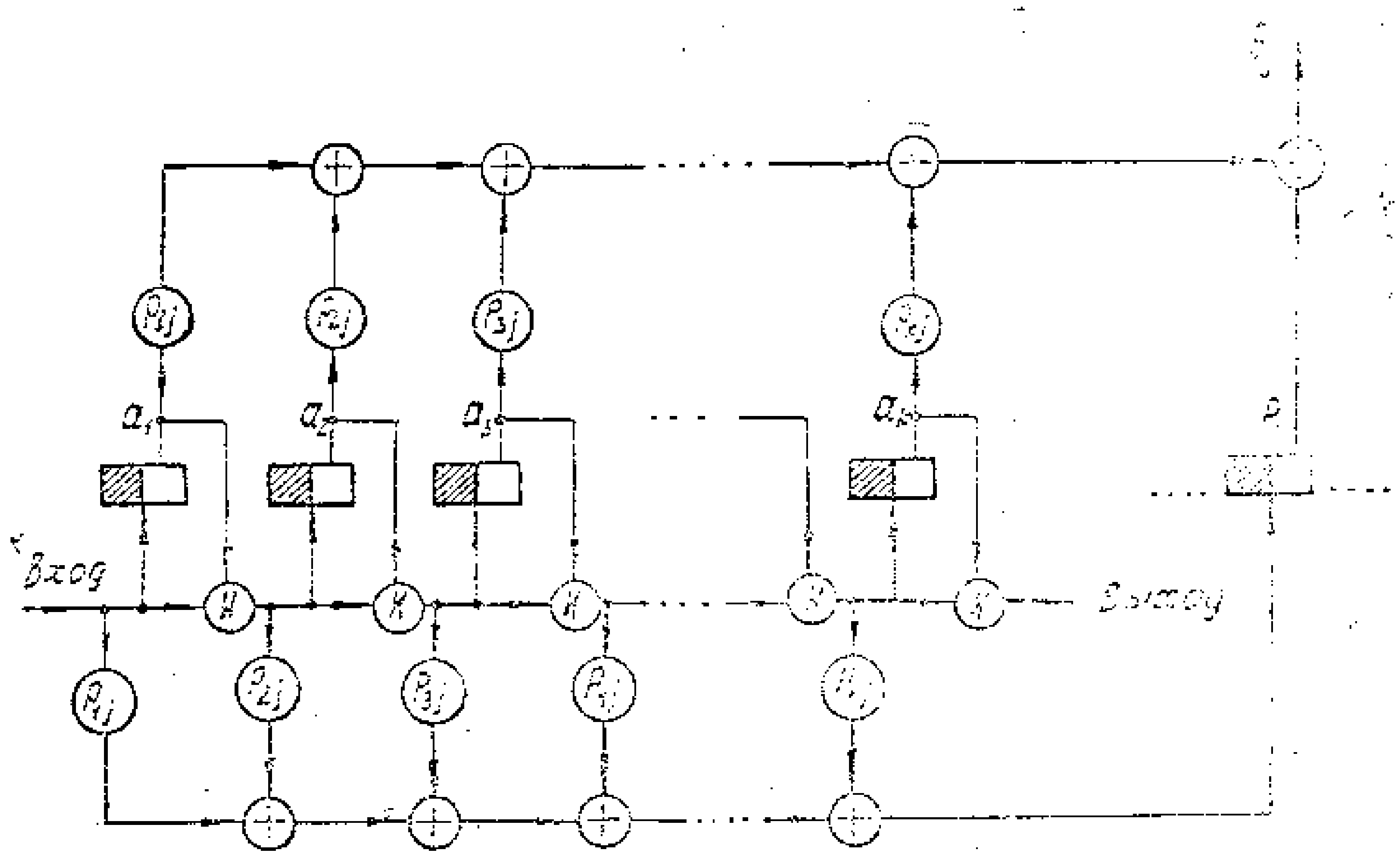

Рис. 1. Схема кодирующего устройства для одного избыточного разряда и схема, вырабатывающая соответствующий разряд синдрома для суммирующего счс.

Из выражений (3) и (11) имеем

$$P_j(t+1)=\dot{\sum_{i=1}^{k}} P_{ij}\left(a_i(t)\dotplus\bigwedge_{s=0}^{i-1} \overline{a_s(t)}\right) \qquad (13)$$

$(j=1,\ 2,\ \ldots,\ n-k;\ \overline{a_0(t)}=1)$.

Формула (12) описывает работу устройства, вырабатывающего синдром, для счетчика в режиме вычитания при использовании второго способа, а формула (13) — работу кодирующего устройства при использовании первого способа. Формула (13) аналогично выражению (6) допускает дальнейшие упрощения.

Из формулы (13) с учетом выражения (3) имеем для режима вычитания:

$$f_j(a_1(t),\ \ldots,\ a_{k-1}(t))=\dot{\sum_{i=1}^{k}} P_{ij}\bigwedge_{s=0}^{i-1}\overline{a_s(t)} \qquad (14)$$

$(j=1,\ 2,\ \ldots,\ n-k;\ \overline{a_0(t)}=1)$.

Из сравнения формул (12) и (14) видно, что для счетчика в режиме вычитания использование первого способа оказывается также, как и для суммирующего счетчика, более целесообразным ..., если исходный счетчик имеет цепь «инверсного сквозного переноса», вырабатывающую сигналы $\bigwedge_{s=0}^{i-1} \overline{a_s(t)}$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$.

Формулы (9) и (14) позволяют построить кодирующее устройство для реверсивного счетчика непосредственно на выходе ... При этом кодирующие устройства для счетчика в режиме сложения и вычитания могут быть совмещены, как видно из выражений (9) и (14). Устройство, вырабатывающее синдром, для реверсивного счетчика может быть построено по формуле (3).

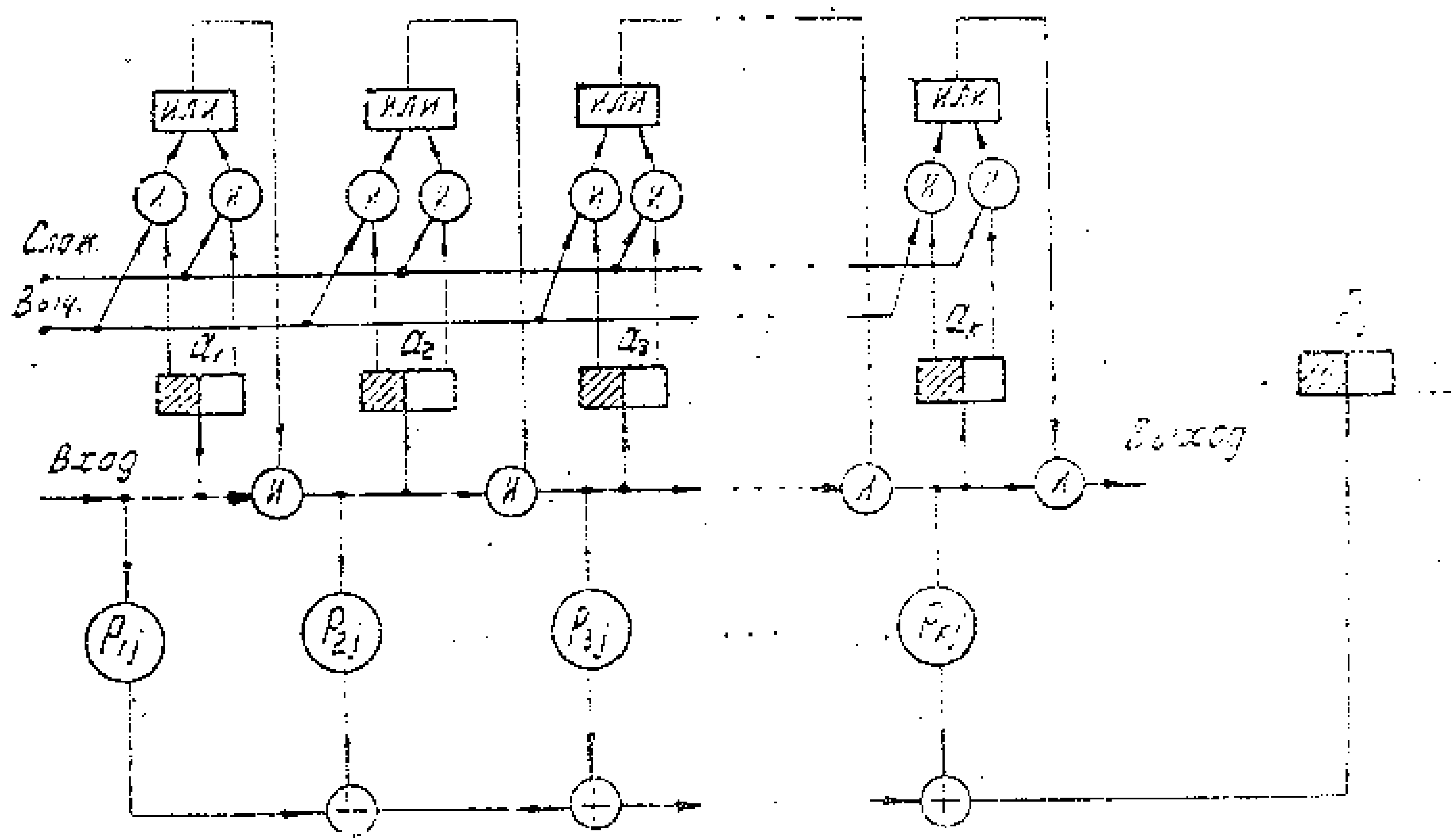

Рис. 2. Схема кодирующего устройства для одного избыточного разряда реверсивного счетчика

Схема кодирующего устройства для одного избыточного разряда P_j реверсивного счетчика представлена на рис. 2.

Таким образом, для реверсивного счетчика может быть использовано то же кодирующее устройство и то же устройство, вырабатывающее синдром, что и для обычного суммирующего счетчика.

4. Кодирующее устройство и устройство, вырабатывающее синдром, реализуют по $n-k$ логических функций каждое. При этом возникает возможность их совместной минимизации.

Из выражений (9) и (3) следует, что кодирующее устройство и устройство, вырабатывающее синдром, получаются тем проще, чем меньше в общем случае величина $\left| P_i \dotplus P_j \right|$ для всех i и j $(i \neq j)$.

Для широкого класса кодов, оптимальных для независимых ошибок [4], число нулей в каждом столбце матрицы P много больше числа единиц. В этом случае для реализации кодирующего устройства, как это видно из выражения (9), достаточно реализовать функцию $\dotplus_{i=0}^{k-1} a_i$ $(a_0 = 1)$ и прибавить к ней по модулю два полученные по формуле (9) соответствующие функции для инверсной матрицы $\bar{P}$, в которой каждый элемент P_{ij} заменен на $1 \dotplus P_{ij}$. Необходимое число сумматоров при такой реализации кодирующего устройства равно:

$$(n-k+1)\,k-\sum_{j=1}^{n-k}|P_j|-1.$$

Совместная минимизация функций, описывающих работу устройства, вырабатывающего синдром, может быть проведена аналогичным способом.

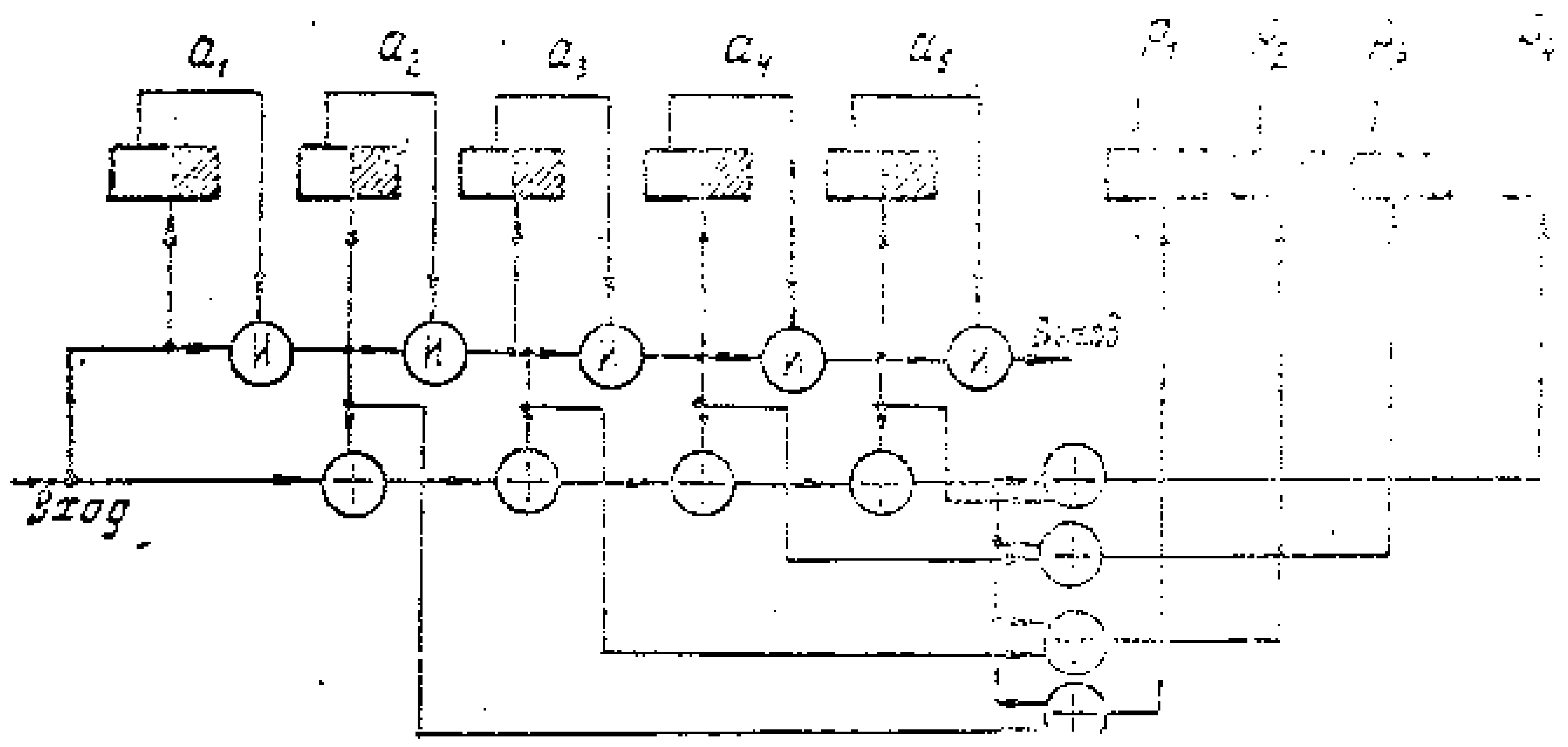

Рис. 3. Схема кодирующего устройства для суммирующего счетчика, работающего в коде (9, 5)

Пример. Рассмотрим оптимальный групповой код (9,5), заданный матрицей:

$$G=\begin{Vmatrix}1&0&0&0&0&1&1&1&1\\0&1&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&1&0&0&1&0&1&1\\0&0&0&1&0&1&1&0&1\\0&0&0&0&1&1&1&1&0\end{Vmatrix}$$

Схема кодирующего устройства для суммирующего счетчика, работающего в этом коде представлена на рис. 3.

Отметим, кроме того, что для реализации кодирующего устройства и устройства, вырабатывающего синдром, могут быть использованы одни и те же сумматоры, так как формулы (9) и (14) могут быть получены из выражения (3) путем замены $a_i(t)$ соответственно на $\bigwedge_{s=0}^{i-1} a_s(t)$ и на $\bigwedge_{s=0}^{i-1} \overline{a_s(t)}$. При этом для больших $\sum_{j=1}^{n-k}|P_j|$ удается существенно сократить общий объем оборудования.

Заключение

Для суммирующих и реверсивных счетчиков, работающих в корректирующем коде, заданном производящей матрицей вида $G=\|IP\|$ показана целесообразность построения нелинейного кодирующего устройства, вырабатывающего значения избыточных разрядов с упреждением на такт. Дается универсальный метод построения логических цепей счетчика на сумматорах по модулю два и схемах *И* непосредственно по виду его производящей матрицы кода.

Достоинством предлагаемого метода [illegible] счетчиков является то, что при его использовании не требуется [illegible]ния каких-либо изменений в работу исходного [illegible], что время обнаружения и исправления ошибок [illegible] весьма малым.

Литература

1. У. Питерсон. Коды, исправляющие ошибки. Изд-во «Мир», 1964.
2. А. Н. Радченко. Примеры повышения надежности дискретных [illegible] внутрисхемного кодирования состояний. ЛДНТП, [illegible]
3. Rubio „A Study of Some Selfcorrecting Networks", Philips Research Reports 17, № 4, 1962.
4. А. П. Удалов, Б. А. Супрун. Избыточное кодирование [illegible]мации двоичными кодами. Изд-во «Связь», М., 1964.